יוסי יכין
אוניברסיטת בן-גוריון

מאקרו א׳

שיעור מס׳ 8: שיווי משקל כללי ומחזורי עסקים

1. הקדמה

הקורס סקר עד כה את מרכיבי הביקוש המצרפי כל אחד בנפרד. בפרט הצגנו יסודות מיקרו לביקוש לתצרוכת והשקעות על ידי התמקדות בהתנהגות אופטימאלית של משקי הבית והפימות. שיעור זה מתמקד בשיווי המשקל המאקרו כלכלי הנוצר מהאינטראקציה שבין השחקנים השונים במשק בשווקי המוצרים, ההון, וגורמי הייצור. השיעור מדגים באמצעות מודל פשוט יחסית כיצד נראה מודל מאקרו כלכלי מודרני בו שיווי המשקל הכללי נובע מיסודות מיקרו.

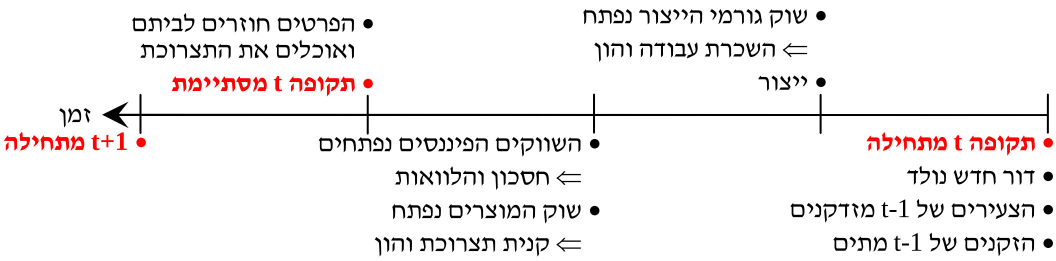
לאחר בנית המודל נשתמש בו לבחינת שתי סוגיות אמפיריות בהן נתקלנו בדיון על השקעות. האחת, היא תנודתיות ההשקעה לעומת התוצר והתצרוכת. כזכור, הנתונים מראים כי ההשקעות הן התנודתיות ביותר על פני מחזור העסקים בעוד שתצרוכת היא היציבה ביותר. הסוגיה השניה היא מחזור העסקים עצמו. הנתונים מראים שהתוצר ושאר המצרפים אינם נעים באקראיות מוחלטת ביחס למגמתם ארוכת הטווח, אלא זמני גאות מתמשכים על פני זמן כמו גם תקופות שפל. כלומר, תוצר הגבוה ממגמתו ארוכת הטווח מעיד על כך שגם בתקופות הקרובות התוצר יטה להיות גבוה ממנה, ובהתאם תקופות בהן התוצר מצוי מתחת למגמה מעידות על תוצר נמוך ממנה גם בעתיד. כמו כן, כל המצרפים נוטים לנוע יחדיו על פני מחזור העסקים, כלומר שכאשר התוצר מצוי מעל למגמה כך גם, בדרך כלל, התצרוכת וההשקעות. אנו נראה כי המודל עקבי עם התוצאות הנ״ל ולכן נוכל להיעזר בו על מנת לספק סיבה תיאורטית להתנהגות הנתונים.

2. מודל של שיווי משקל כללי

נניח משק עם פרטים רבים ופירמות תחרותיות רבות. כל פרט חי שתי תקופות, ובכל תקופה קיימים במשק שני דורות: דור צעיר ודור זקן. הפירמות במשק פועלות לנצח. במשק מוצר אחד המשמש לתצרוכת והשקעה. טכנולוגית הייצור משתמשת בשני גורמי ייצור: עבודה והון. הפרטים פעילים בשוק המוצרים, השווקים הפיננסים, ושוק גורמי הייצור. הפירמות פעילות בשוק המוצרים ובשוק גורמי הייצור.

סדר האירועים בכל תקופה מוצג באיור 1. בתחילת תקופה t נולד דור צעיר, הדור הצעיר של תקופה $t-1$ הופך לזקן, והדור הזקן של תקופה $t-1$ מת. לאחר מכן נפתח שוק גורמי הייצור בו הפירמות שוכרות מהפרטים הון ושירותי עבודה ומשתמשות בהם לייצור. לאחר הייצור נפתחים שווקי המוצרים והשווקים הפיננסים. בשוק המוצרים הפרטים והפירמות סוחרים בתצרוכת והון, ובשווקים הפיננסים הפרטים לווים ומלווים. בתום רצף אירועים זה הפרטים חוזרים לביתם, צורכים את התצרוכת שרכשו, הולכים לישון ומתעוררים בתקופה $t+1$ בה רצף האירועים חוזר על עצמו.

איור 1: רצף האירועים בתקופה t



2.1. הפרטים

פרטים צעירים נולדים ללא נכסים, אך יש באפשרותם לעבוד ולהרוויח שכר עבודה. לצורך הפשטות נניח כי ברשותו של כל פרט יחידת זמן אחת אשר את כולה הוא מנצל לעבודה ללא תלות בשכר, כלומר היצע העבודה קשיח לחלוטין. שכר העבודה משמש לקנית תצרוכת, נכסים פיננסיים (אגרות חוב המשלמים ריבית ריאלית r, וקניית מוצרי הון אותם הפרט ישכיר לפירמות בהיותו זקן, להון שיעור פחת δ. לאחר השכרת ההון הפרט הזקן מוכר את ההון שנותר לו לפרטים הצעירים.

כל פרט פותר את הבעיה הבאה:

$$\underset{c_t^Y,c_{t+1}^O,b_t,k_{t+1}}{Max} \quad \log\left(c_t^Y\right)+\beta\log\left(c_{t+1}^O\right)$$

$$\begin{aligned}
&s.t.\\
&c_t^Y+b_t+k_{t+1}=W_t\\
&c_{t+1}^O=\left(1+r_t\right)b_t+\left(Q_{t+1}+1-\delta\right)k_{t+1}
\end{aligned}$$

כאשר: c^Y היא התצרוכת בזמן שהפרט צעיר, c^O תצרוכת בזמן שהפרט זקן, b נכסים פיננסיים (אג״ח), k הון, W שכר העבודה, Q ו-Q מחיר השכרת ההון. כאשר המחירים במודל, W ו-Q כמו גם r, הם ריאלים, כלומר במונחי יחידות תוצר.

מהצבת התצרוכות בפונקצית התועלת נקבל כי ניתן לכתוב את בעית הפרט כך:

$$\underset{b_t,k_{t+1}}{Max} \quad \log\left(W_t-b_t-k_{t+1}\right)+\beta\log\left(\left(1+r_t\right)b_t+\left(Q_{t+1}+1-\delta\right)k_{t+1}\right)$$

תנאי סדר ראשון נותנים (לאחר הצבת המגבלות חזרה):

$$b_t: \qquad \frac{1}{c_t^Y}=\beta\left(1+r_t\right)\frac{1}{c_{t+1}^O} \qquad (1)$$

$$k_{t+1}: \qquad \frac{1}{c_t^Y}=\beta\left(Q_{t+1}+1-\delta\right)\frac{1}{c_{t+1}^O} \qquad (2)$$

לתנאים אלה משמעות אינטואיטיבית. התנאי הראשון, הנובע מבחירה אופטימאלית של נכסים פיננסים, משווה בין עלותו השולית של חסכון לתועלת השולית המתקבלת ממנו. ניקח לדוגמא פרט צעיר השוקל לוותר על יחידת תצרוכת לשם רכישת יחידה נוספת של b_t. הוויתור על תצרוכת

כרוך בעלות השווה במונחי תועלת לתועלת השולית, $1/c_t^Y$. מנגד, הגדלת החיסכון ביחידה אחת מניבה $1+r_t$ יחידות תצרוכת בתקופה הבאה, לכן ב-t+1 התועלת תגדל בהתאם לעליה בתצרוכת כפול התועלת השולית המתקבלת מכל יחידה, $\left(1+r_t\right)/c_{t+1}^O$. אולם מכיוון שהגידול בתועלת מתקבל רק בתקופה הבאה יש להוונה באמצעות מקדם ההיוון הסובייקטיבי, β, ומכאן שהביטוי $\beta\left(1+r_t\right)/c_{t+1}^O$ מבטא את התועלת השולית המתקבלת מהגדלת החיסכון ביחידה אחת. באופטימום העלות השולית של חסכון שווה לתועלת השולית המתקבלת ממנו בדיוק כפי שעולה ממשוואה (1).

התנאי השני נובע מבחירה אופטימאלית של הון יצרני. תנאי זה משווה בין עלות שולית לתועלת שולית המתקבלת מהגדלת מלאי ההון ביחידה אחת. העלות השולית זהה לעלות השולית של חסכון, $1/c_t^Y$. אולם הפעם התועלת השולית נובעת מהשכרת ההון לייצור בתקופה הבאה וממכירתו ולאחר מכן. השכרת ההון מניבה Q_{t+1} יחידות תצרוכת, ולאחר השימוש בהון לייצור ניתן להחליפו תמורת $1-\delta$ יחידות תצרוכת. מכאן שבמונחי תועלת מהוונת התועלת השולית המתקבלת מהגדלת מלאי ההון ביחידה אחת נתונה על ידי $\beta\left(Q_{t+1}+1+\delta\right)/c_{t+1}^O$. באופטימום העלות השולית של ההון שווה לתועלת השולית המתקבלת ממנו בדיוק כפי שעולה ממשוואה (2).

בנוסף, יש לשים לב כי בשיווי משקל שני התנאים, משוואות (1) ו-(2), מתקיימים בו זמנית ולכן מתקבל כי:

$$r_t = Q_{t+1} - \delta$$

כלומר, התשואה על הנכסים הפיננסים שווה לתשואה על ההון היצרני. משוואה זו דומה לתוצאה אותה קיבלנו מניתוח הפירמה הבודדת בגישה הקלאסית בהבדל אחד, כעת עלות ההון (סכום הריבית הריאלית ושיעור הפחת) שווה למחיר השכרת ההון במקום לתפוקתו השולית. אולם מייד נראה כי בשיווי משקל מחיר השכרת ההון אכן שווה לתפוקתו השולית.

2.2. הפירמות

הפירמות ממקסמות רווחים בכל תקופה. הפדיון מגיע ממכירת המוצרים שהן מייצרות ואילו העלות נובעת מהשכרת גורמי הייצור. פונקצית הייצור נתונה על ידי:

$$Y_t = A_t l_t^{1-\alpha} k_t^{\alpha}$$

כאשר l היא תשומת העבודה, ו-A הוא הפריון. הפריון הוא המשתנה האקסוגני במודל ותנודות בו ישפיעו על שאר המשתנים. נהוג לפרש את הפריון כמייצג את רמת הטכנולוגיה הקיימת במשק, אך יש להבינו במובן רחב יותר. הפריון מושפע גם מתנאי מזג אוויר, מצב פוליטי (מלחמה לדוגמא), אסונות טבע, ומכל משתנה המשפיע על הפעילות הכלכלית ואשר אינו נכלל במודל.

כל פירמה פותרת:

$$\underset{l_t, k_t}{Max} \quad A_t l_t^{1-\alpha} k_t^{\alpha} - W_t l_t - Q_t k_t$$

מתנאי סדר ראשון נקבל:

$$l_t: \quad W_t = (1-\alpha)A_t l_t^{-\alpha} k_t^{\alpha}$$
$$k_t: \quad Q_t = \alpha A_t l_t^{1-\alpha} k_t^{\alpha-1}$$

כלומר, עלות השכרת גורמי הייצור שווה לתפוקתם השולית.

2.3. ניכיון השווקים

בהצגה לעיל השתמשנו באותיות קטנות לסימון משתנים של הפרט הבודד או הפירמה הבודדת. עבור המשתנים המצרפיים נשתמש באותיות גדולות. לצורך הנוחות אנו ננרמל את מספר הפרטים, צעירים וזקנים, ואת מספר הפירמות ליחידה אחת. מכיוון שכל הפרטים זהים הרי שהערכים "לנפש" שווים לערכים המצרפיים.[1]

היצע העבודה של הפרטים קשיח לחלוטין, $\overline{L} = 1$, לכן למרות שביקוש העבודה של הפירמות רגיש לשכר, בשיווי משקל נקבל כי תשומת העבודה קבועה ברמה של יחידה אחת: $L_t = 1$. מכאן שעל השכר להתאים עצמו כך שבהינתן גובהו, W_t, כמות העבודה המבוקשת היא 1.

בשוק ההלוואות פועלים רק הצעירים, ומכיוון שסך ההלוואות הוא אפס חייב להתקיים כי עבור כל פרט: $b_t = 0$. בשיווי משקל הריבית היא כזו שבהינתן גובהה, r_t, אף פרט אינו מעוניין ללוות או להלוות.

בשוק המוצרים סך התצרוכת וההשקעות שוות לתוצר:

$$C_t^{Y} + C_t^{O} + I_t = A_t K_t^{\alpha}$$
$$I_t = K_{t+1} - (1-\delta)K_t$$

כאשר השתמשנו בפונקצית הייצור בעובדה ש-$L_t = 1$.

2.4. פתרון המודל

מטרתנו היא להביע את המשתנים השונים בכל כל תקופה כפונקציה של הפריון, A_t, שהוא אקסוגני, ומלאי ההון, K_t. יש לשים לב שלמרות שמלאי ההון הוא אנדוגני במודל, בזמן t הוא נתון ואינו ניתן לשינוי. בזמן t הפרטים בוחרים את מלאי ההון לתקופה הבאה, K_{t+1}, בהינתן מלאי ההון הקיים, K_t.

ממגבלות הפרטים ומתנאי סדר ראשון ביחס להון נקבל:

$$C_t^{Y} = (1-\alpha)A_t K_t^{\alpha} - K_{t+1}$$
$$C_{t+1}^{O} = \left(\alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} + 1 - \delta\right)K_{t+1}$$

---

[1] אין משמעות הדבר שקיים פרט בודד או פירמה בודדת במשק. פורמאלית, יש לחשוב על רצף של פרטים על אינטרוואל היחידה [0,1], לכן עבור משתנה כלשהו, x לדוגמא, הערך המצרפי נתון על ידי: $X = \int_0^1 x(i)di = \int_0^1 xdi = x$, כאשר סימן השוויון השני נובע מהנחת הסימטריה בין הפרטים, כלומר $x(i) = x(j)$ לכל $i, j \in [0,1]$.

$$\frac{1}{C_t^Y} = \beta\left(\alpha A_{t+1}K_{t+1}^{\alpha-1} + 1 - \delta\right)\frac{1}{C_{t+1}^O}$$

כעת יש ברשותנו שלוש משוואות בכל תקופה בשלושה נעלמים: C_t^Y, C_t^O ו- K_{t+1}. ממערכת משוואות זו מתקבל כי:

$$K_{t+1} = \frac{\beta}{1+\beta}(1-\alpha)A_t K_t^\alpha \qquad (3)$$

$$C_t^Y = \frac{1-\alpha}{1+\beta}A_t K_t^\alpha \qquad (4)$$

$$C_t^O = \alpha A_t K_t^\alpha + (1-\delta)K_t \qquad (5)$$

מכאן קל לחשב את המצרפים בהם אנו מעוניינים – השקעות, תצרוכת מצרפית ($C_t^Y + C_t^O$), ותוצר. אלה נתונים על ידי:

$$I_t = \frac{\beta}{1+\beta}(1-\alpha)A_t K_t^\alpha - (1-\delta)K_t \qquad (6)$$

$$C_t = \frac{1+\alpha\beta}{1+\beta}A_t K_t^\alpha + (1-\delta)K_t \qquad (7)$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha \qquad (8)$$

2.4.1. שיווי משקל טווח ארוך: Steady State

הפריון הוא המשתנה האקסוגני במודל ותנודות בו יוצרות תנודתיות במצרפים המאקרו כלכליים. במידה והזעזועים לפריון הם זמניים, תנודתיות המצרפים היא קצרת טווח. בכדי לבחון את התנהגות הכלכלה בטווח הארוך נניח כי הפריון קבוע ברמה כלשהיא ונראה כיצד הכלכלה מתפתחת על פני זמן. את רמת הפריון נסמן ב-A_{ss}.

משוואה (6) מציגה את ההשקעה הגולמית בתקופה-t בהינתן הפריון ומלאי ההון. במידה וההשקעה, I_t, גדולה מהפחת במשק, δK_t, מלאי ההון בתקופה הבאה יגדל. תנאי זה מתקיים אם:

$$K_t < \left[\frac{\beta}{1+\beta}(1-\alpha)A_{ss}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

כלומר, במידה ורמת מלאי ההון הקיימת נמוכה דיה המשק ישאף להגדילה על פני זמן למרות שלא חל כל שינוי בפריון. הסיבה לכך היא שכאשר מלאי ההון נמוך תפוקתו השולית גבוהה ולכן כדאי להשקיע על מנת להגדילו בעתיד. עם הגידול במלאי ההון תפוקתו השולית פוחתת ולכן כדאיות ההשקעה קטנה, הירידה בהשקעות מקטינה את קצב גידול ההון עד אשר ההשקעה רק מפצה על שחיקת ההון ולכן מנקודה זו מלאי ההון נשאר ללא שינוי.

ממשוואות (4)-(8) עולה כי מרגע שמלאי ההון נשאר יציב על פני זמן, ובהינתן רמת פריון קבועה, כל שאר המצרפים המאקרו כלכליים נשארים גם הם יציבים על פני זמן. מצב זה מייצג את שיווי המשקל של הטווח הארוך והוא נקרא Steady State.

מלאי ההון ב-Steady State נתון על ידי:

$$K_{ss} = \left[\frac{\beta}{1+\beta}(1-\alpha)A_{ss}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

את שאר המצרפים ניתן למצוא על ידי הצבת K_{SS} במשוואות (4)-(8).

3. התנהגות המצרפים במודל בטווח הקצר

כעת ניתן לבחון האם המודל עקבי עם ההתנהגות האמפירית של המצרפים המאקרו כלכליים כפי שזיהינו בנתונים. כלומר, האם המודל מייצר מחזורי עסקים בהם המשתנים השונים נעים יחדיו על פני זמן, וכן האם המודל חוזה שההשקעות הן התנודתיות ביותר והתצרוכת היציבה ביותר.

3.1. מחזור העסקים

אנו נבחן את תנועת המצרפים השונים ביחס לפריון שכן תנודות בפריון הן שיוצרות תנודתיות במצרפים המאקרו כלכליים.

תחילה, קל לראות מפתרון המודל, משוואות (6)-(8), שהפריון משפיע חיובית על כל אחד מהמשתנים, כלומר עליה בפריון תביא לגידול בהשקעה, בתצרוכת ובתוצר ולכן המודל אכן מייצר מתאם חיובי בינהם כפי שמשתקף מהנתונים. אולם עדיין נשאלת השאלה האם המודל מייצר מחזורי עסקים בצורה אנדוגנית. כלומר, האם שוק חיובי אך **זמני** בפריון מביא להרחבה **מתמשכת** בתוצר.

נניח כי המשק מצוי ב-Steady State ולפתע הפריון גדל לתקופה אחת אך מייד חוזר לרמתו המקורית. כיצד משפיע שינוי זה על התוצר? ממשוואה (8) ברור כי התוצר גדל מייד עם הגידול בפריון למרות שמלאי ההון עדיין לא הספיק להגיב מכיוון שזה נקבע בתקופה הקודמת בהתאם לרמת ה-Steady State, K_{SS}. עם זאת, ממשוואה (3) עולה כי מלאי ההון בתקופה הבאה יגדל מעבר ל-K_{SS}, ולכן בתקופה הבאה גם התוצר יהיה גבוהה מרמתו ב-Steady State למרות חזרת הפריון לרמתו המקורית. כלומר שהמודל חוזה שגידול חד פעמי בפריון יביא לגידול מתמשך בתוצר, ומכאן שהמודל אכן מייצר מחזורי עסקים בצורה אנדוגנית.

הסיבה להתנהגות זו היא הרצון להחליק תצרוכת על פני זמן. הגידול הראשוני בפריון מגדיל את התוצר באותה תקופה; הפרטים מצידם מגדילים את התצרוכת הנוכחית אך הם מעוניינים גם להשתמש בחלק מהגידול בתוצר לתצרוכת עתידית. העברת המשאבים הבין-זמנית מתבצעת באמצעות השקעה והגדלת מלאי ההון העתידי, ומכאן שגם התוצר העתידי גדל למרות שהפריון חוזר לרמתו המקורית.

3.2. תנודתיות המצרפים

לצורך ניתוח התנודתיות היחסית של המצרפים נחשב את גמישותם ביחס לפריון. גמישויות אלה נתונות על ידי:

$$E_{Y_t,A_t} = \frac{\partial Y_t}{\partial A_t}\frac{A_t}{Y_t} = 1$$

$$E_{I_t,A_t} = \frac{\partial I_t}{\partial A_t}\frac{A_t}{I_t} = \frac{\frac{\beta}{1+\beta}(1-\alpha)A_t K_t^{\alpha}}{\frac{\beta}{1+\beta}(1-\alpha)A_t K_t^{\alpha} - (1-\delta)K_t} > 1$$

$$E_{C_t,A_t} = \frac{\partial C_t}{\partial A_t}\frac{A_t}{C_t} = \frac{\frac{1+\alpha\beta}{1+\beta}A_t K_t^{\alpha}}{\frac{1+\alpha\beta}{1+\beta}A_t K_t^{\alpha} + (1-\delta)K_t} < 1$$

כעת קל לראות שההשקעות הן הרגישות ביותר לשינויים בפריון, גידול של אחוז אחד בפריון מגדיל את ההשקעות ביותר מאחוז אחד. התצרוכת הכי פחות רגישה, גידול של אחוז אחד בפריון מגדיל את התצרוכת בפחות מאחוז אחד. לבסוף, התוצר מצוי בינהם כאשר גידול של אחוז אחד בפריון מגדיל את התוצר בדיוק באחוז אחד. כלומר שהמודל מצליח לייצר את מדרג התנודתיות המצוי בנתונים.

נשאלת כמובן השאלה מהו המנגנון המביא לתוצאה זו. גם כאן התשובה טמונה ברצון הפרטים להחליק תצרוכת על פני זמן. בתקופות שפע (פריון גבוה) הפרטים רוצים להעביר מקורות לעתיד, הם מגדילים את תצרוכתם הנוכחית רק במעט (בשיעור הנמוך משיעור הגידול בתוצר) ושאר המקורות מועברים לעתיד באמצעות השקעות. באופן דומה, בתקופות שפל התצרוכת יורדת רק במעט, והירידה בתוצר מתבטאת בעיקר בירידה בהשקעות. במילים אחרות, על מנת להחליק תצרוכת על פני זמן הפרטים משתמשים בהשקעות כבולם זעזועים לתצרוכת; כלומר, תנודות בתוצר מתבטאות בעיקר בהשקעה על מנת לשמור על תצרוכת יציבה.